

# Medve Szabadtéri Matekverseny

## Országos döntő

Jegesmedve kategória (11. és 12. osztály)

## Feladatok



2019. június 1.

1. Mök Töhötöm pingpongozni ment két testvérével, Álmossal és Előddel. Az első meccset Álmos játszotta Előd ellen, a következő játékokban pedig mindig az előző vesztes pihent. Végül Álmos 8, Előd 17, Töhötöm pedig 13 meccset nyert. Hányszor játszott egymással Töhötöm és Álmos?
2. A Picur Édességgyár egyik kedvelt terméke a Barackocka. Ez úgy készül, hogy egy darab aszalt barackot kocka formájúra vágnak, majd minden lapjára különböző bevonó kerül. Így mindegyik kockának van egy fehércsokis, egy tejsokis, egy étcsokis, egy keserű csokis, egy kakaós és egy kávé lapja. Egy gyárlátogatás során Gombóc Artúr zsebre vágott néhány Barackockát, hogy otthon megegye őket. Sajnos ezek a kockák (teljes lapfelülettel) összeragadtak a zsebében. Mivel Artúr nem bírta várni, így hazafele úton lenyalta a bevonót a zsebében lévő összeragadt test felületéről. Legalább hány Barackockát vágott zsebre Gombóc Artúr, ha ugyanannyi tejsokit nyalt le, mint amennyi étcsokit, fehércsokit és keserű csokit összesen?
3. A Matematikus Medveképző Általános Iskola egy osztályában minden medvebocs jár háromféle szakkör valamelyikére: 17-en méhészetre, 12-en medvetánra és 15-en kungfura. Azok száma, akik pontosan kétféle szakkörre járnak, éppen ötszöröse azok számának, akik mindhárom szakkörön részt vesznek. Az osztályba járó fiú medvebocsok egynegyede jegesmedve, a többiek barnamedvék. Hány fős az osztály, ha tudjuk, hogy a fiú barnamedvék száma megegyezik a lányok számának felével?
4. Ada, Bubu és Csabi kaptak Dóritól egy-egy pozitív egész számot, és Dóri azt is elárulta, hogy a számok reciprokösszege 1. Ezek után megkérdezte tőlük, hogy ki tudja-e találni a három szám összegét. Sorban a következőket válaszolták:  
 Ada: „Nem tudom, hogy mi a három szám összege.”  
 Bubu: „Én sem tudom a számok összegét.”  
 Csabi: „Engem ez az egész nem érdekel.”  
 Ada: „Én már tudom az összeget.”  
 Melyik számot adta Dóri Bubunak?
5. Az Óperenciás-tengeren fekvő Vadkörte-szigetre érkező telepések a szigetet három egyenes vonallal hét régióra osztották fel. Ezután a választott kormányzójuk elrendelte, hogy minden régió alapítson legalább egy, de legfeljebb hét várost úgy, hogy semelyik két régióban ne legyen azonos a városok száma. A telepések azt szeretnék, hogy mindhárom egyenesre igaz legyen, hogy a két oldalán ugyanannyi város van. Mik a lehetséges értékei a tengerrel nem érintkező régióban alapított városok számának, ha mind a kormányzó, mind a telepések kívánsága teljesül?
6. A síkon 100 pontot pirosra színezzünk. Ezután behúzzunk 2019 egyenest, amelyek mindegyikén van legalább egy piros pont. Hány olyan metszéspontja lehet legfeljebb az egyeneseknek, ami nem piros?
7. Egy  $8 \times 8$ -as sakktábla két különböző mezőjére véletlenszerűen elhelyezzünk egy világos bástyát és egy sötét huszárt. Mekkora a valószínűsége, hogy valamelyikük üti a másikat? (A bástya üti a vele egy sorban vagy egy oszlopban lévő mezőket, a huszár pedig a tőle lólépésben lévőket, vagyis azokat, melyekhez úgy jut el, hogy az egyik irányba kettőt lép, majd arra merőlegesen még egyet.)
8. Egy 25 fős osztályban a tanár felír egy számot a táblára. A gyerekek sorra a következő megállapításokat teszik róla: „Osztható 1-gyel.”, „Osztható 2-vel.”, „Osztható 3-mal.”, ..., „Osztható 25-tel.”. Melyik a lehető legkisebb szám, amit a tanár felírhatott a táblára, ha tudjuk, hogy pontosan 2 diák tévedett, ráadásul tudjuk azt is, hogy ők két egymást követő számot mondtak?
9. Trükkös Tivadarnak van hét trükkös pénzérméje. Mindegyik érme egyik oldalán az 1-es szám található. Az érmék másik oldalán pedig rendre az  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ , ...,  $\frac{1}{8}$  törtszámok. Egy unalmas délután dobálta az érméket, mindannyiszor egyszerre dobta fel mind a 7 érmét. Csoda történt: az első 128 dobás között nem volt két egyforma. Tivadar minden dobás után le is írta a dobott számok szorzatát. Mennyit kap, ha összeadja a lapon szereplő 128 számot?

**10.** Egy Medve Carlói kaszinóban a kártyákat keverőgépekkel keverik. Egy keverőgép egy pakliban a kártyák sorrendjét mindig ugyanúgy változtatja meg. A kaszinó dolgozói megfigyelték, hogy ha egy 6 különböző lapból álló paklit sorba rendeznek, akkor utána akárhányszor keverik meg a rendelkezésükre álló keverőgépekkel, összesen (az eredeti sorrenddel együtt) csak 24-féle sorrendbe tudják átkeverni. Legfeljebb hány olyan 6 különböző lapból álló paklit lehet összeállítani, amelyek közül egyiket sem lehet a keverőgépekkel átkeverni másikkba?

**11.** A svábbogarak börtönében 99 svábbogár sorakozott fel az ebédosztáshoz, azonosítószámuk szerint növekvő sorrendben. A konyhához vezető folyosó fala fehérre van meszelve, a padlóját pedig pontosan  $2 \times 99$  csempe borítja, a börtöntöltelékek a jobb oldali csempesoron állnak. Egy csempén (biztonsági okok miatt) csak egy svábbogár állhat. Azonban rossz sorrendben álltak fel, pont fordítva kellett volna, az azonosítószám szerint csökkenő sorrendben. A fegyőr rájuk parancsol, hogy kezdjék meg az átrendeződést, a biztonsági szabályok betartásával. Minden másodpercben, a fegyőr sípszavára egy bogár átmehet egy szomszédos csempére (olyanra, melynek közös oldala van az eredeti csempével), azonban egy csempén továbbra is csak egy bogár tartózkodhat. Az ételosztás akkor kezdődhet meg, ha mindannyian a jobb oldalon, a helyes sorrendben állnak. Legkevesebb hány másodperc múlva kerülhet erre sor?

**12.** Egy segélyszervezet egy 100 napos jótékonyági kampány keretében szeretne támogatást nyújtani Éhenkórátia 100 legkisebb lakosságú településének. Az előkészítő felmérés során kiderült, hogy a lakók száma bármely két településen különböző, illetve az is, hogy a támogatott települések közül a legnagyobb lélekszámúban éppen 100-an laknak. A kampány során minden nap olyan segélycsomagokat állítanak össze, amelyek épp a nap sorszámával megegyező számú tallért tartalmaznak, és minden olyan településnek juttatnak egy csomagot, ahol a lakosság el tudja igazságosan osztani azt (tehát például a 6. napon egy-egy 6 talléros csomagot juttatnak el az 1, a 2, a 3 és a 6 lakosságú településeknek, és így összesen 12 lakosnak jut rész támogatásból). Hány olyan nap lesz a kampány során, amikor összesen páratlan számú éhenkórátiai részesül a szervezet juttatásából?

**13.** Morgó Mária egy nap úgy dönt, hogy veteményeskertjét elkezdi bővíteni. A kert eddig egy darab szabályos háromszög alakú ágyásból áll, melynek oldalhossza 1 öl. Veteményesét úgy szeretné növelni, hogy minden nap egy ugyanilyen ágyást illeszt egy korábbi ágyás oldalához úgy, hogy azok teljes oldallal érintkezzenek. Ez így megy egészen addig, míg 2019 ágyása nem lesz Máriának. Ekkor úgy dönt, hogy nem bővíti tovább veteményesét, hanem körbekeríti azt. Legalább hány öl hosszú kerítésre lesz szüksége?

**14.** Gráfország grófjai utazásaikat griffhátan bonyolítják. Az ország mind a 9 városában van egy-egy griffistálló, a griffek innen szállnak fel és ide érkeznek. Egy griff hátán egyszerre csak egy gróf fér el, és egy griff naponta csak egy utat vállal (azaz egy gróft elszállít egy városból egy másikba). Ráadásul két griff ugyanazon a napon nem vállal olyan utat, aminek a kiinduló- és a célállomása is ugyanaz. Gráfország grófjai egy napon a fővárosból országjáró körútra indultak, váltott griffeken mindannyian meglátogatták Gráfország minden városát legalább egyszer, majd még ugyanazon a napon visszatértek a fővárosba. Legfeljebb hány gróf élhet Gráfországban?

**15.** A szabályos ötszög alakú Ötszögletű Kerek Mező lakói Ötödöt Országra Szóló Bújócskaversenyt szeretnének rendezni, de a mezőn nincs hova elbújni, ezért a tervek szerint a mezőt magas, egyenes sövényekkel 2019 kisebb ötszögre fogják bontani. A sövényeken nem lehet átlátni. A verseny kezdetekor minden résztvevőnek úgy kell elbújnia, hogy ne lássa őket egyetlen másik játékos sem, ha körbenéz. Úgy szeretnék megtervezni a sövényeket, hogy a lehető legtöbben részt tudjanak venni és el tudjanak ilyen módon bújni. Legfeljebb hány résztvevőt fogadhat az Ötödöt Országra Szóló Bújócskaverseny?