

# Kismedve mintafeladatsor

A 6. osztályos spec. mat. tagozatos, a 7. osztályos illetve a 8. osztályos nem tagozatos diákok számára

Összeállította: Szőke Nóra és Varga László

1. Egy mértani testet hat nyolcszög, nyolc hatszög és tizenkét négyzet határol. A test minden csúcsából három él indul ki. Hány csúcsa van a testnek?
2. Ha tudjuk, hogy  $A$ ,  $B$  és  $C$  különböző számjegyeket jelölnek és  $A+B=C$  illetve  $\overline{AB} \cdot \overline{AB} = \overline{BCAC}$ , akkor melyik számot jelöli a  $\overline{CBA}$ ?
3. Az 1, 2, 3 számokat felírtuk egy körvonal mentén. Következő lépésben a szomszédos számok közé odaírtuk az összegüket, így a következő 6 szám szerepelt a körvonal mentén: 1, 3, 2, 5, 3, 4. Ezt a műveletet még tízszer megismételtük. Mennyi lett ekkor a körvonal mentén szereplő számok összege?
4. Egy  $100 \times 100$ -as számtáblázatba sorban beírtuk az 1, 2, 3, ... 10000 számokat, majd beszíneztünk 1000 mezőt úgy, hogy minden sorban és minden oszlopban pontosan 10 mező legyen beszínezve. Mennyi a beszínezett mezőkben található számok lehetséges legnagyobb értéke?
5. Öt játékos megegyezett, hogy a vesztes minden játszma végén megkétszerezi a többiek pénzét. Mindegyik játékos egyszer veszített. A játék végén mindegyiküknek 128 Ft-ja volt. Mennyi pénze volt annak a játékosnak, akinek a játék kezdete előtt a legtöbb pénze volt?
6. Legfeljebb hány derékszöge lehet egy 2014 oldalú síkbeli, konvex sokszögnek?
7. Egy  $7 \times 7$ -es sakktábla alsó és felső szélét összeragasztjuk, majd az így kapott hengerfelület két szélső körét is összeragasztjuk, így egy úszógumihoz hasonló felületet (ún. tóruszt) kapunk. Legfeljebb hány királyt helyezhetünk el ezen a „sakktáblán”, hogy közülük semelyik kettő se üsse egymást?
8. Helyezzünk el a  $8 \times 8$ -as sakktáblán maximális számú futót úgy, hogy semelyik kettő ne üsse egymást! Hány ilyen különböző elhelyezés lehetséges? (Két elhelyezés akkor is különbözőnek számít, ha elforgatással vagy tükrözéssel egymásba vihetőek.)
9. Egy  $ABC$  háromszög  $AB$  oldalán  $B$ -n túl felvettük  $B'$  pontot úgy, hogy  $AB = BB'$ . Hasonlóan a  $BC$  oldalon  $C$ -n túl  $C'$ , az  $AC$  oldalon  $A$ -n túl az  $A'$  pontot úgy, hogy  $BC = CC'$ , illetve  $AC = AA'$ . Hányszorosa az  $A'B'C'$  háromszög területe az  $ABC$  háromszög területének?
10.  $x + \frac{1}{x} = 3$ . Mennyi  $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ?
11. Az 1, 2, 3 számokat felírtuk egy körvonal mentén. Következő lépésben a szomszédos számok közé odaírtuk az összegüket, így a következő 6 szám szerepelt a körvonal mentén: 1, 3, 2, 5, 3, 4. Ezt a műveletet még négyszer megismételtük. Mennyi lett ekkor a körvonal mentén szereplő 96 szám összege?
12. Egy  $8 \times 8$ -as sakktábla egyik sarokmezejét kivágták. A maradékot egybevágó háromszögekkel szeretnénk egyrétűen lefedni. Legalább hány háromszögre van szükség?

13. Melyik az a legnagyobb ötjegyű szám, melynek minden számjegye nagyobb, mint a mögötte lévő számjegyek összege?
14. Egy rejtélyes baktérium csak éjszaka képes terjedni. Minden éjszaka kétszer annyi embert fertőz meg, mint előző éjszaka, így a megjelenésétől számított 20 napon belül az egész emberiséget megfertőzheti. Hány nap alatt lenne képes megfertőzni az emberiséget négy ilyen baktérium?
15. Egy  $6 \times 6$ -os tábla bal szélső oszlopának és alsó sorának mind a 11 mezőjén kezdetben egy bábu áll. Egy lépésben egy bábu egy szomszédos mezőre léphet, ha ott nincs bábu, és korábban sem volt még ott bábu. A bábukkal addig lépegetünk, míg a felső sor és a jobb szélső oszlop 11 mezőjére a lehető legtöbb bábu kerül. Hány bábu áll ezután a felső sorban és a jobb szélső oszlopban összesen? (Két mező szomszédos, ha van közös oldaluk.)
16. Legfeljebb hány derékszöge lehet egy síkbeli, konvex hétszögnek?
17. 10 cowboy párbajt vív a következő szabályok szerint:
- Mindenki egy lövést ad le, és az a lövés halálos.
  - Mindenki a hozzá legközelebbi cowboyt (illetve azok egyikét) lövi le
  - Mindenki ugyanabban a pillanatban adja le a lövését
- A legkevésbé véres esetben hány áldozata lesz a párbajnak? (Ha az elhelyezkedésüket és azt is eldönthetik, hogy kire lőjenek)
18. Van két nagy edényünk, az elsőben egy liter bor van, a másodikban egy liter víz. Először az elsőből öntünk át egy decilitert a másodikba, és jól elkeverjük, aztán a másodikból két decilitert az elsőbe, és jól elkeverjük, aztán az elsőből három decilitert a másodikba, és jól elkeverjük, és végül a másodikból két decilitert az elsőbe. Mi lesz a több: víz a boros (első) edényben, vagy bor a vizes (második) edényben?
19. Egy csodafán 16 alma, 20 banán és 31 citrom termett. Minden nap leszedünk róla két gyümölcsöt: ha azok különbözőek, nő helyettük két darab harmadikféle gyümölcs, ha egyformák, a másik két fajtából nő egy-egy. Néhány nap elteltével, csak egyikféle gyümölcsből volt a fán. Melyik volt ez?
20. Egy pingpongversenyen 8 játékos vett részt, mindegyik minden versenytársával játszott. Minden versenyző más-más számú pontot szerzett (győzelemért 1, vereségért 0 pont jár, döntetlen nincs). A másodiknak annyi pontja volt, mint az utolsó négynek együtt véve. Mit játszott egymással a 4. és az 5. helyezett?
21. Egy béka a következő szabály szerint mozog a számegyenesen: vagy a legközelebbi olyan nagyobb koordinátájú pontra ugrik, amelynek a koordinátája 3-nak egész számú többszöröse vagy a legközelebbi olyan nagyobb koordinátájú pontra ugrik, amelynek a koordinátája 13-nak egész számú többszöröse. Hányféleképpen juthat el a béka a 0-ról a 39-re?
22. Egy 2014-szög legfeljebb hány oldalát metszheti egy egyenes?
23. Nekeresden csak 6, 14 és 21 forintos érmék vannak. Melyik az a legnagyobb összeg, amelyet ezekből a pénzürmékből nem lehet kifizetni visszaadás nélkül?