

Jegesmedve mintafeladatsor

A 10. osztályos spec. mat. tagozatos, a 11. és 12. osztályos diákok számára

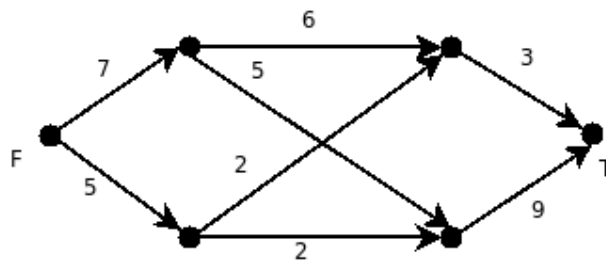
Összeállította: Szőke Nóra és Varga László

1. Egy hangya egy egységkocka egyik csúcsából indulva bejárja a kocka összes csúcsát (minden csúcsot pontosan egyszer érint) és visszatér a kiindulási csúcsba. Mekkora a legrövidebb út amit bejár a hangya?
2. Medveföldön a labdarúgó bajnokságban 4 csapat játszik. Mindenki mindenkivel kétszer játszik, egy mérkőzés után a győztes 3 pontot kap, a vesztes 0 pontot, döntetlen esetén mindkettőn 1-1 pontot kapnak. A bajnokság befejeztével minden csapatnak különböző pontszáma volt. Mennyi lehet a második helyezett csapat legkisebb pontszáma?
3. Az egység oldalú kocka lapközéppontjai meghatároznak egy oktaédert. Mekkora ennek a térfogata?
4. Hányféleképpen olvasható ki az "Idén is eljött a Medve" szöveg az alábbi táblázatban, ha csak jobbra és lefele haladhatunk?

I	D	É	N	I	S							
D	É	N	I	S	E	L						
É	N	I	S	E	L	J	Ö					
N	I	S	E	L	J	Ö	T	T				
I	S	E	L	J	Ö	T	T	A	M			
S	E	L	J	Ö	T	T	A	M	E			
		L	J	Ö	T	T	A	M	E	D		
				Ö	T	T	A	M	E	D	V	
						T	A	M	E	D	V	E

5. Medveországban bármelyik városból bármelyik városba el lehet jutni repülőn legfeljebb egy átszállással, de minden városból legfeljebb 3 másik városba van repülőjárat. Legfeljebb hány város lehet Medveországban?
6. Hány olyan háromjegyű szám van, ahol a számjegyek összege és szorzata közül az egyik osztja a másikat?
7. Egy $10 \times 10 \times 10$ -es kocka üvegekockákból van kirakva. Legalább hány kis kockát kell kicserélni fakockákra, ha azt szeretnénk, hogy a nagy kocka szemből, oldalról és felülről is átlátszatlan legyen?
8. Egy szabályos, 2014 csúcsú sokszög egyik csúcsát összekötjük minden másik csúccsal. Mekkora az így kapott szakaszok hosszának négyzetösszege, ha a csúcsok középponttól való távolsága 1 egység?

9. Melyik az az ötjegyű szám, amelyek $ABCDE$ formájú, és A a 0 számjegyek száma, B az egyesek száma, C a ketteseké, D a hármasoké, E a négyeseké?
10. Mi a $2014! - 2013!$ utolsó számjegye?
11. Adva van három doboz, az egyikben 2 fekete golyó, a másikban 2 fehér golyó, a harmadikban 1 fehér, 1 fekete. Mindegyik dobozon van egy cédula, ami leírja, mi van a dobozban. Valaki elcseréli a cédulákat úgy, hogy egyik dobozon sincs a megfelelő cédula. Mi egyenként benyúlhatunk bármelyik dobozba, és kihúzhatunk 1 golyót. Ezt megismételhetjük akár 6-szor is, amíg a golyókból tart. Mennyi az a minimális számú húzás, amiből meg tudjuk mondani, melyik dobozban milyen golyók vannak?
12. Medvevárost a közeli folyóból (F) látják el vízzel, mely az alábbi csővezeték-rendszeren át a központi víztározóba (T) jut. A csöveken csak a nyilaknak megfelelő irányba folyhat víz, egy cső keresztmetszetén percenként annyi köbméter víz haladhat át, amennyi a nyílra van írva. Óránként legfeljebb hány köbméter víz jut a tározóba?



13. Mennyi 2014^{2014} utolsó számjegye?
14. Jelölje $[a, b, c]$ az $\frac{a+b}{c}$ hányadost. Mennyi $[[60, 90, 30], [2014, 1001, 3015], [70, 5, 25]]$?
15. Egy négyjegyű autórendszámról a következőket tudjuk: az első jegy azonos a másodikkal, a harmadik jegy a negyedikkel, és maga a szám négyzetszám. Melyik ez az autórendszám?
16. Az $\{1, 2, \dots, 100\}$ számok halmazának egy H részhalmaza olyan tulajdonságú, hogy H egyik elemének a háromszorosa sincs benne H -ban. Legfeljebb hány eleme lehet H -nak?
17. Hányféleképpen olvasható ki a MEDVEAHEGYEN szöveg az alábbi táblázatban, ha csak jobbra és lefele haladhatunk?

M	E	D	V	E			
E	D	V	E	A	H		
D	V	E	A	H	E	G	
	E	A	H	E	G	Y	E
		H	E	G	Y	E	N

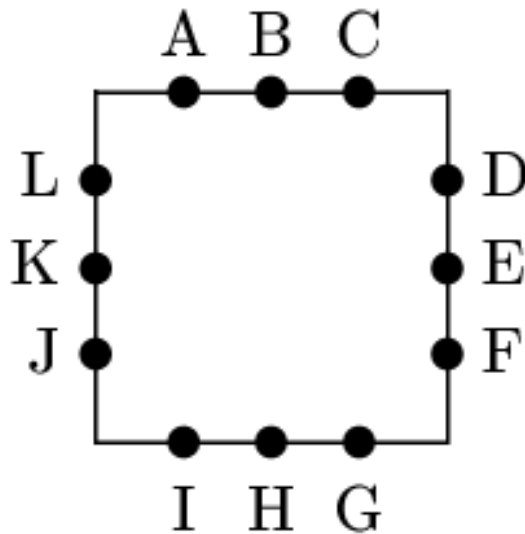
18. A nagypapa azt mondja az unokájának:

- Ha annyi év eltelik, ahányszor én most idősebb vagyok nálad, éveim száma annyi szorosa lesz a te akkori korodnak, mint amennyi idős vagy.

Hány éves a nagypapa, ha tudjuk, hogy a fia 35 éves, a nagypapa apukája pedig éppen 100?

19. Egy 10 csúcú teljes gráfnak kiszínezzük minden élét. Ehhez legkevesebb hány szín szükséges úgy, hogy azonos színű élek ne találkozzanak egy csúcban?

20. Hány különböző háromszög alkotható az ábrán megjelölt pontokból, mint csúcsokból?



21. Egy 5×5 -ös négyzetrácsból csak vágással és hajtogatással legfeljebb hány $1 \times 1 \times 1$ -es kocka készíthető?

22. Medveföldön 1, 5, 7 és 13 fabatkás bélyegek vannak. Egy borítékra legfeljebb négy bélyeg fér rá. Melyik az a legkisebb (pozitív egész) összeg, amit nem tudunk egy borítékra felragasztani?

23. Egy 5 fős baráti társaság karácsony előtt egy kalapba teszi a tagok neveit, majd mindenki kihúzza, hogy kinek vegyen ajándékot. Hányféleképpen fordulhat elő, hogy senki sem húzza saját magát?