

Jegesmedve mintafeladatsor

A 10. osztályos spec. mat. tagozatos, a 11. és 12. osztályos diákok számára

Összeállította: Szőke Nóra és Varga László

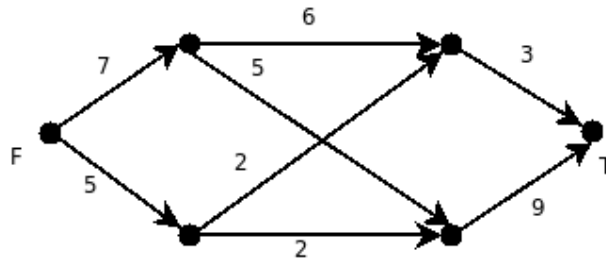
1. Egy hangya egy egységkocka egyik csúcsából indulva bejárja a kocka összes csúcsát (minden csúcsot pontosan egyszer érint) és visszatér a kiindulási csúcsba. Mekkora a legrövidebb út amit bejár a hangya?
2. Medveföldön a labdarúgó bajnokságban 4 csapat játszik. Mindenki mindenkivel kétszer játszik, egy mérkőzés után a győztes 3 pontot kap, a vesztes 0 pontot, döntetlen esetén mindkettő 1-1 pontot kapnak. A bajnokság befejeztével minden csapatnak különböző pontszáma volt. Mennyi lehet a második helyezett csapat legkisebb pontszáma?
3. Az egység oldalú kocka lapközepontjai meghatároznak egy oktaédert. Mekkora ennek a térfogata?
4. Hányféleképpen olvasható ki az "Idén is eljött a Medve" szöveg az alábbi táblázatban, ha csak jobbra és lefele haladhatunk?

I	D	É	N	I	S							
D	É	N	I	S	E	L						
É	N	I	S	E	L	J	Ö					
N	I	S	E	L	J	Ö	T	T				
I	S	E	L	J	Ö	T	T	A	M			
S	E	L	J	Ö	T	T	A	M	E			
		L	J	Ö	T	T	A	M	E	D		
				Ö	T	T	A	M	E	D	V	
						T	A	M	E	D	V	E

5. Medveországban bármelyik városból bármelyik városba el lehet jutni repülőn legfeljebb egy átszállással, de minden városból legfeljebb 3 másik városba van repülőjárat. Legfeljebb hány város lehet Medveországban?
6. Hány olyan háromjegyű szám van, ahol a számjegyek összege és szorzata közül az egyik osztja a másikat?
7. Egy $10 \times 10 \times 10$ -es kocka üvegekockákból van kirakva. Legalább hány kis kockát kell kicserélni fakockákra, ha azt szeretnénk, hogy a nagy kocka szemből, oldalról és felülről is átlátszatlan legyen?
8. Egy szabályos, 2014 csúcsú sokszög egyik csúcsát összekötjük minden másik csúccsal. Mekkora az így kapott szakaszok hosszának négyzetösszege, ha a csúcsok középponttól való távolsága 1 egység?

9. Adva van három doboz, az egyikben 2 fekete golyó, a másikban 2 fehér golyó, a harmadikban 1 fehér, 1 fekete. Mindegyik dobozon van egy cédula, ami leírja, mi van a dobozban. Valaki elcseréli a cédulákat úgy, hogy egyik dobozon sincs a megfelelő cédula. Mi egyenként benyúlhatunk bármelyik dobozba, és kihúzzhatunk 1 golyót. Ezt megismételhetjük akár 6-szor is, amíg a golyókból tart. Mennyi az a minimális számú húzás, amiből meg tudjuk mondani, melyik dobozban milyen golyók vannak?

10. Medvevárost a közeli folyóból (F) látják el vízzel, mely az alábbi csővezeték-rendszeren át a központi víztározóba (T) jut. A csöveken csak a nyilaknak megfelelő irányba folyhat víz, egy cső keresztmet-szetén percnként annyi köbméter víz haladhat át, amennyi a nyílra van írva. Óránként legfeljebb hány köbméter víz jut a tározóba?



11. Mennyi 2014^{2014} utolsó számjegye?

12. Jelölje $[a, b, c]$ az $\frac{a+b}{c}$ hányadost. Mennyi $[[60, 90, 30], [2014, 1001, 3015], [70, 5, 25]]$?

13. Egy négyjegyű autórekszámról a következőket tudjuk: az első jegy azonos a másodikkal, a harmadik jegy a negyedikkel, és maga a szám négyzetszám. Melyik ez az autórekszám?

14. Az $\{1, 2, \dots, 100\}$ számok halmazának egy H részhalmaza olyan tulajdonságú, hogy H egyik elemének a háromszorosa sincs benne H -ban. Legfeljebb hány eleme lehet H -nak?

15. Hányféleképpen olvasható ki a MEDVEAHEGYEN szöveg az alábbi táblázatban, ha csak jobbra és lefele haladhatunk?

M	E	D	V	E			
E	D	V	E	A	H		
D	V	E	A	H	E	G	
	E	A	H	E	G	Y	E
		H	E	G	Y	E	N

16. A nagypapa azt mondja az unokájának:

- Ha annyi év eltelik, ahányszor én most idősebb vagyok nálad, éveim száma annyi szorosa lesz a te akkori korodnak, mint amennyi idős vagy.

Hány éves a nagypapa, ha tudjuk, hogy a fia 35 éves, a nagypapa apukája pedig éppen 100?